Lycée secondaire Ibn Khaldoun Rades	Devoir de synthèse n°1 Mathématiques Classe $3^{ème}$M	Année Scolaire 2010–2011 Durée 2h

Exercice n°1 :(4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**.

1) Soit f une fonction définie sur $IR \setminus \{1\}$ et telle que $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x) = 2,$ alors :

a) f est prolongeable par continuité en 1 b) f est continue en 1 c) $f(1) = 2$

2) Soit f une fonction définie continue strictement décroissante sur un intervalle $[a,b],(a < b)$ telle que $f(a) > 3$ et $2 < f(b) < 3$. Alors l'équation :

a) $f(x) = 2$ admet une solution unique $\alpha \in]a,b[$ b) $f(x) = 3$ admet une solution unique $\alpha \in]a,b[$

c) $f(x) = 3$ admet au moins une solution $\alpha \in]a,b[$

3) Si ABCD est un carré de coté 1. Alors le produit scalaire :

a) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BD} = \sqrt{2}$

b) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BD} = -\sqrt{2}$

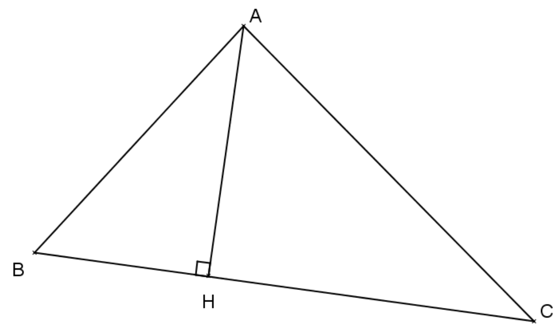
c) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BD} = -1$

4) Dans la figure ci-contre $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est égale à :

a) $AB \times AC$

b) $AH^2 + HB \times HC$

c) $AH^2 - HB \times HC$



Exercice n°2 :(6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (l'unité est égale à 2cm).

On désigne par A et B les points de coordonnées respectives $(-\sqrt{3},-1)$ et $(-1,\sqrt{3})$.

1) a) Déterminer les coordonnées polaires de A et B.

b) Montrer que le triangle OAB est isocèle rectangle en O.

2) Soit C le point de coordonnées polaires $\left[2;-\frac{2\pi}{3}\right]$.

a) Déterminer les cordonnées cartésiennes de C.

b) Placer les points A, B et C dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3) a) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{CO},\overrightarrow{OA})$.

b) Quelle est la nature du triangle OCA.

c) En déduire la mesure principale de $(\overrightarrow{CO},\overrightarrow{CA})$.

4) a) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$.

b) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M tels que $\widehat{(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC})} \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$.

Exercice n°3 :(5 points)

Soit $A(x)=\sqrt{3}\cos(2x)-\sin(2x)-1$.

1) Ecrire $A(x)+1$ sous la forme $r\cos(2x-\varphi)$ où r et φ sont deux réels que l'on déterminera.

2) a) Montrer que $A(x)=1-4\sin^2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$ pour tout $x\in IR$.

b) En déduire $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3) Soit $B(x)=A(x)+1-2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

a) Vérifier que $B(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\left[1-\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]$

b) Résoudre dans IR puis dans $[0,\pi]$ l'équation $B(x)=0$.

Exercice n°4 :(5 points)

Soit f et g deux fonctions définies par $f(x)=\sqrt{x^2+4x+3}$ et $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+4x+3}}$.

On considère par $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leur courbes représentatives dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Justifier que g est définie sur $]-\infty;-3[\cup]-1;+\infty[$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-3^-} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-1^+} g(x)$ interpréter ces limites graphiquement.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) En déduire le comportement asymptotique de $\mathscr{C}_g$ au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$.

c) En écrivant $f(x)$ sous la forme $\sqrt{(x+2)^2-1}$ calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+(x+2)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x+2)$.

d) En déduire le comportement asymptotique de $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$.

Bon Travail